河南工学院文明校园创建工作

简　　报

第　03 期

中共河南工学院委员会
精神文明创建工作办公室　　　　　　　　2022 年 3 月 18 日

河南工学院开展“寻找河工最美学习笔记”评选活动

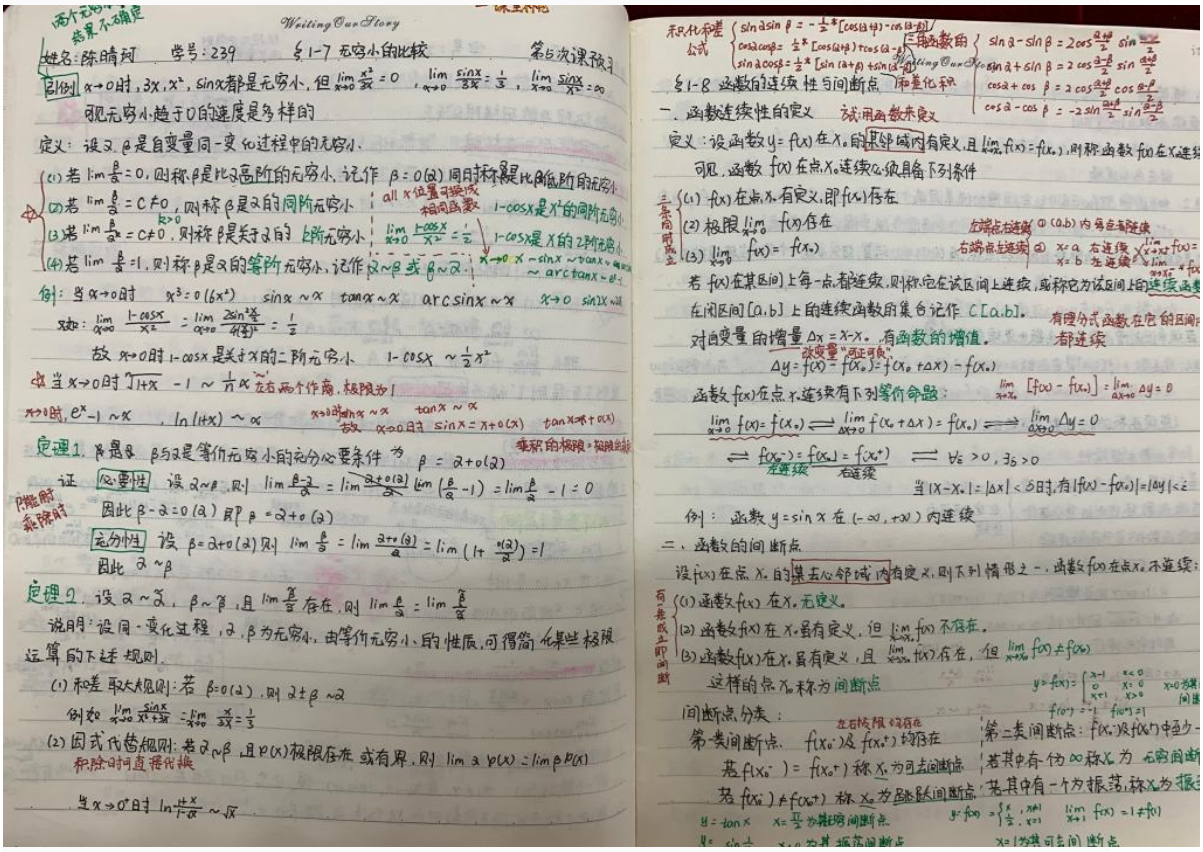
为进一步加强学风建设，提升学生课堂学习效果，彰显我校学生良好的学习风貌，近日，由校学生工作部主办、电子信息工程学院承办的第四届“寻找河工最美学习笔记”活动顺利举办。该活动自 3 月 1 日启动以来，共收到学生笔记 200 余本，经学院初审、校级专家评审，最终 60 本优秀笔记脱颖而出，在图书馆一楼大厅进行展览。

3 月 17 日下午，校长陈丙义、副校长戚新波，学生处及电子信息工程学院负责人共同到现场观看优秀笔记展览，陈丙义指出，学风是一所大学的灵魂和精神所在，也是一所大学的立校之本，鼓励学院要多开展加强学风建设的活动，以学校“厚德 博学 求实 创新”的校风为出发点，培养学生“勤学善思，知行合一”的学风，从日常学习习惯养成着手，调动学生学习的积极性，

着力推动学校学风建设和发展。

优良的学风是激励学生奋发向上，努力成才的无形力量。“寻找河工最美学习笔记”活动是我校学风建设的重要抓手，通过本次活动的开展，不仅营造了勤学求真的良好学习氛围，引导同学们更好的掌握课堂知识、提高学习效率，还使大家在学习交流中获得有益经验，进一步鞭策和激励了学生学习传播优良学习之风，持续深化了学风建设氛围。

校长陈丙义观看优秀笔记



姓名：陈晴珂 学号：239 §1-7 无穷小的比较 第5次课预习

引例 $x\to0$时，$3x$，x^2，$\sin x$都是无穷小，但 $\lim_{x\to0}\frac{x^2}{3x}=0$，$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{3x}=\frac{1}{3}$，$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x^2}=\infty$

可见无穷小趋于0的速度是多样的

定义：设α，β是自变量同一变化过程中的无穷小，

(1) 若 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=0$，则称β是比α高阶的无穷小，记作 $\beta=o(\alpha)$

(2) 若 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=C\neq0$，则称β是α的同阶无穷小

(3) 若 $\lim\frac{\beta}{\alpha^k}=C\neq0$，则称β是关于α的k阶无穷小

(4) 若 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=1$，则称β是α的等价无穷小，记作 $\alpha\sim\beta$ 或 $\beta\sim\alpha$

例：当 $x\to0$时 $x^3=o(6x^2)$ $\sin x\sim x$ $\tan x\sim x$ $\arcsin x\sim x$

又如：$\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{4(\frac{x}{2})^2}=\frac{1}{2}$

故 $x\to0$时 $1-\cos x$是关于x的二阶无穷小 $1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2$

当 $x\to0$时 $\sqrt[n]{1+x}-1\sim\frac{1}{n}x$

$x\to0$时，$e^x-1\sim x$，$\ln(1+x)\sim x$

定理1. β与α是等价无穷小的充分必要条件为 $\beta=\alpha+o(\alpha)$

证 必要性 设 $\alpha\sim\beta$ 则 $\lim\frac{\beta-\alpha}{\alpha}=\lim(\frac{\beta}{\alpha}-1)=\lim\frac{\beta}{\alpha}-1=0$

因此 $\beta-\alpha=o(\alpha)$ 即 $\beta=\alpha+o(\alpha)$

充分性 设 $\beta=\alpha+o(\alpha)$ 则 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=\lim\frac{\alpha+o(\alpha)}{\alpha}=\lim(1+\frac{o(\alpha)}{\alpha})=1$

因此 $\alpha\sim\beta$

定理2. 设 $\alpha\sim\tilde\alpha$，$\beta\sim\tilde\beta$，且 $\lim\frac{\tilde\beta}{\tilde\alpha}$ 存在，则 $\lim\frac{\beta}{\alpha}=\lim\frac{\tilde\beta}{\tilde\alpha}$

说明：设同一变化过程，α，β为无穷小，由等价无穷小的性质，可得简化某些极限运算的下述规则.

(1) 和差取大规则：若 $\beta=o(\alpha)$，则 $\alpha\pm\beta\sim\alpha$

(2) 因式代替规则：若 $\alpha\sim\beta$ 且 $\varphi(x)$ 极限存在或有界，则 $\lim\alpha\varphi(x)=\lim\beta\varphi(x)$

积化和差公式 / 和差化积

§1-8 函数的连续性与间断点

一、函数连续性的定义

定义：设函数 $y=f(x)$ 在 x_0 的某邻域内有定义，且 $\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则称函数 $f(x)$ 在 x_0 连续

可见，函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续必须具备下列条件

(1) $f(x)$ 在点 x_0 有定义，即 $f(x_0)$ 存在

(2) 极限 $\lim_{x\to x_0}f(x)$ 存在

(3) $\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$

若 $f(x)$ 在某区间上每一点都连续，则称它在该区间上连续，或称它为该区间上的连续函数

在闭区间 $[a,b]$ 上的连续函数的集合记作 $C[a,b]$.

对自变量的增量 $\Delta x=x-x_0$，有函数的增量 $\Delta y=f(x)-f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$

例：函数 $y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续

二、函数的间断点

设 $f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内有定义，则下列情形之一，函数 $f(x)$ 在点 x_0 不连续：

(1) 函数 $f(x)$ 在 x_0 无定义

(2) 函数 $f(x)$ 在 x_0 虽有定义，但 $\lim_{x\to x_0}f(x)$ 不存在

(3) 函数 $f(x)$ 在 x_0 虽有定义，且 $\lim_{x\to x_0}f(x)$ 存在，但 $\lim_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$

这样的点 x_0 称为间断点

间断点分类：

第一类间断点：$f(x_0^-)$及$f(x_0^+)$均存在

若 $f(x_0^-)=f(x_0^+)$ 称 x_0 为可去间断点

若 $f(x_0^-)\neq f(x_0^+)$ 称 x_0 为跳跃间断点

第二类间断点：$f(x_0^-)$及$f(x_0^+)$中至少一个不存在

若其中有一个为 ∞，称 x_0 为无穷间断点

若其中有一个为振荡，称 x_0 为振荡间断点

获奖笔记展示